

突出实践性和创新性 实现高考的选拔功能

——2016年高考数学试题评析

摘要: 2016年高考数学试题体现了立德树人的理念,关注社会和学生发展。加强对考生实践应用能力的考查,体现了数学的应用价值和在解决实际问题中的作用。在知识网络的交汇点设计试题,增强考核内容的基础性和综合性。创设新颖情境和灵活多样的设问方式,体现对数学核心素养的考查。各种题型相互配合,梯度合理,实现高考的选拔功能。

关键词: 高考数学;考试内容改革;考试招生制度改革;数学素养

【中图分类号】G405

【文献标识码】A

【文章编号】1005-8427(2016)07-0012-5

2016年高考数学试题坚持社会主义核心价值观,坚持立德树人,关注社会发展,关注考生社会责任的培养,体现时代特征,很好地实现了课程标准和考试大纲的内容和要求,体现能力立意,弘扬数学文化。试卷在总体结构、难易分布、考查内容等方面保持相对稳定,符合高中学生的认知特点和认知水平,并在基础性、思想性、创新性等方面作出积极的探索。

2016年高考数学试题突出对创新应用能力的考查,深入考查考生的逻辑思维能力 and 实践能力,注重体现数学的理性价值和科学价值,注重对数学通性通法的考查,准确区分考生。试卷有利于科学选拔人才、有利于深化课程改革、有利于促进社会公平,对培养学生的创新精神、实践能力,提升学生核心素养的数学课程教学改革有积极的导向作用。

1 突出实践应用能力

数学是研究现实世界数量关系和空间形式的

科学。数学与人类生活和社会发展紧密关联。2016年高考数学试题紧密结合社会实际和考生的现实生活,体现了数学在解决实际问题中的重要作用和应用价值,体现了高考改革中加强应用性的特点。试题涉及公司班车、志愿者活动、旅游城市、续保人的保费、高科技企业产品利润、企业的成本控制、生活垃圾无害化处理量等背景,体现了数学与社会的密切联系,展现了数学在解决实际问题中的巨大威力。试题情景丰富,贴近考生,贴近生活,具有浓厚的时代气息,引导考生关注社会发展、关注数学的应用价值。

例1(全国Ⅲ卷理科第4题):

某旅游城市为向游客介绍本地的气温情况,绘制了一年中各月平均最高气温和平均最低气温的雷达图,如图1所示.图1中A点表示十月的平均最高气温约为 15°C ,B点表示四月的平均最低气温约为 5°C .下面叙述不正确的是

(A)各月的平均最低气温都在 0°C 以上

本文由教育部考试中心供稿。

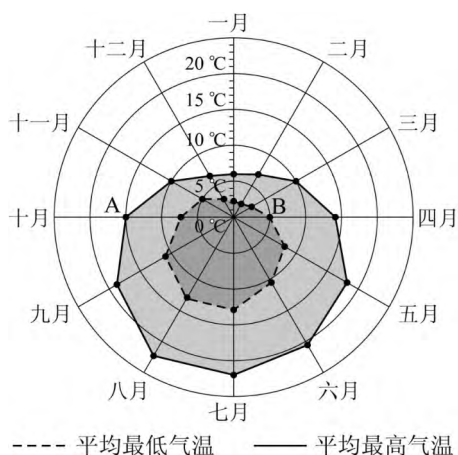


图1

- (B)七月的平均温差比一月的平均温差大
- (C)三月和十一月的平均最高气温基本相同
- (D)平均最高气温高于20°C的月份有5个

本题引用新颖的统计图,考查考生学习新知识、解决新问题的能力。试题选取考生熟知的实际生活问题,要求考生读懂该统计图并回答问题,以考查考生对新知识的学习和理解能力。试题通过给出课本中没有出现过的统计图——雷达图,要求考生读懂统计图的内容,并在此基础上,对雷达图提供的信息进行加工、整理,分析、比较题目提供的各种结论,得出正确的判断。

例2(全国Ⅱ卷理科第18题):

某险种的基本保费为 a (单位:元),继续购买该险种的投保人称为续保人,续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如表1所示:

表1

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
保 费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如表2所示:

表2

一年内出险次数	0	1	2	3	4	≥ 5
概 率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

(I)求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率;

(II)若一续保人本年度的保费高于基本保费,求其保费比基本保费高出60%的概率;

(III)求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

本题以日常生活中车辆保险问题为原型背景,精心编制与设问。试题第I问设计为求一较为复杂的事件概率,考查考生处理较为实际问题的能力以及对事件的关系与运算、概率性质的理解与掌握;第II问设计为求条件概率的问题,考查考生对条件概率概念的理解与掌握以及计算能力;第III问设计为数学期望的问题,考查考生对随机变量数学期望的理解及运算求解能力。本题具有较强实际应用背景,考查了统计与概率的基础知识、基本思想和方法,考查考生对事件的关系、运算的理解,利用简单的事件表达较为复杂的事件的能力;对概率运算性质的理解与掌握,对条件概率、数学期望的理解和运算求解能力。本题考查了考生综合运用所学知识解决实际问题的能力,用时也感悟到数学的应用之美。

2 突出基础性、综合性

国务院《关于深化考试招生制度改革的实施意见》明确指出深化高考考试内容改革的方向,“依据高校人才选拔要求和国家课程标准,科学设计命题内容,增强基础性、综合性,着重考查学生独立思考和运用所学知识分析问题、解决问题的能力”。2016年高考数学试题所考查的知识点、数学思想与方法既有注重基础,又有创新,注重从知识交汇点处设计,突出对基础知识和基本能力的考查。

例3(全国Ⅱ卷理科第17题):

S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $a_1=1$, $S_7=28$.记 $b_n=[\lg a_n]$,其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数,如 $[0.9]=0$, $[\lg 99]=1$.

(I) 求 b_1, b_{11}, b_{101} ;

(II) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 1 000 项和.

本题引入新概念取整函数 $[x]$, 与等差数列的基础知识有机相结合, 考查考生阅读数学素材的能力. 题目中以“举例说明”的方式, 帮助考生理解新概念 $[x]$. 第(I)问, 要求考生求出 3 个具体项的值, 既是对考生理解、应用新概念 $[x]$ 的考查, 也是为考生解决第(II)问时在知识、方法上做一点提示与铺垫, 同时也是要求考生将习得的解决问题的经验, 有效迁移到更为深入或更为复杂的问题情境中去. 在求 $b_n=f(n)$ 的过程中, 确定分段函数的“分段”节点, $n=10, n=100, n=1\ 000$ 不仅是对运算求解能力的考查, 更主要的是对推理能力和算理的考查. 试题难度不大, 但综合地考查了考生的基础知识、基本技能以及基本活动经验.

一道数学试题往往考查多种能力、多种思想方法, 并蕴含数学文化. 例如全国 III 卷理科第 9 题给出了斜四棱柱的“三视图”, 要求考生由“三视图”构造出相应的“几何体”, 在考查基本概念的同时, 重点考查了空间想象能力和逻辑推理能力. 又如全国 II 卷理科第 (21) 题考查了化归与转化、分类讨论的思想方法, 揭示了如何利用辅助函数研究函数零点性质的方法. 再如全国 II 卷第 8 题取材于我国南宋时期数学家秦九韶所著的数学名著《数书九章》中研究的“多项式值的算法”, 将中国古代数学文化融入到试题中, 引导考生传承中华优秀传统文化、弘扬爱国主义精神.

3 突出数学素养

2016 年高考数学试题体现数学的核心素养(包括数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析), 对深化课程改革、引领数学教学起到积极的导向作用. 提升考生的核心素养, 必须关注立德树人, 关注提升学习的能力, 关注学生走向社会在未来发展中所需的知识和能力. 因此,

2016 年的数学试卷注重创新题型设计, 综合、灵活地考查数学素养. 试题的问题情境更加丰富, 设问方式更加新颖, 既有利用应用生活情境、素材和语言考查考生逻辑思维能力的逻辑题, 也有利用数学原理说明所采用方法合理的说明题, 还有利用数学知识建立模型解决实际问题的应用题.

例 4(全国 I 卷理科第 12 题):

已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ ($\omega>0, |\varphi|\leq\frac{\pi}{2}$), $x=-\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的零点, $x=\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 图像的对称轴, 且 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{36})$ 单调, 则 ω 的最大值为

- (A)11 (B)9 (C)7 (D)5

本题的题干设计, 给出了正弦型三角函数的零点、对称轴及一个单调区间, 考生要建立正弦型三角函数各种性质之间的关联. 在建立关联的过程中, 要把正弦型三角函数的性质用图像直观地表示出来. 考生首先需要认识到正弦型三角函数的对称轴对应的自变量取值就是正弦型三角函数的最值点, 进而利用已知的 $y=\sin x$ 中零点与最值点的几何位置关系, 推广到一般正弦型函数中零点与最值点的几何位置关系, 把几何位置关系用等式关系表示, 再根据几何直观“正弦型三角函数的任意一个单调区间, 都应该在半个周期内”, 把这个结果用不等式表示出来, 就可以得到 ω 的大致范围.

例 5(全国 I 卷理科第 16 题):

某高科技企业生产产品 A 和产品 B 需要甲、乙两种新型材料. 生产一件产品 A 需要甲材料 1.5 kg, 乙材料 1 kg, 用 5 个工时; 生产一件产品 B 需要甲材料 0.5 kg, 乙材料 0.3 kg, 用 3 个工时. 生产一件产品 A 的利润为 2 100 元, 生产一件产品 B 的利润为 900 元. 该企业现有甲材料 150 kg, 乙材料 90 kg, 则在不超过 600 个工时的条件下, 生产产品 A、产品 B 的利润之和的最大值为_____元.

本题是带有实际背景的线性规划问题, 题目的背景带有广泛的现实意义, 即企业的生产安排使得

利润最大。为了问题的简单化,本题仅以企业的利润为生产安排的唯一决策依据。假设生产产品A和产品B的数量分别为 x 和 y ,本题除明显给出关于 x 和 y 的约束条件(甲材料和乙材料的数量以及工时限制)之外,还有自然约束条件 $x \geq 0$ 和 $y \geq 0$ 。通过确定可行区域,计算目标函数 $z = 2100x + 900y$ 在可行区域边界所对应的四个交点处的函数值,即可以求得目标函数的最大值。

4 突出选拔性

2016年高考数学试题注重体现数学的本质,在关注学生未来发展、关注选拔功能方面进行了精心设计。高考数学是为高校选拔合格的新生,必须测试其必备的数学基础,也要测试考生已有的和潜在的学习能力。2016年试题延续了由易到难的排列顺序,各种题型相互配合,全面考查考生的数学素养。多数试题设置了2~3个问题,第1问较容易,后面的问题则对考生能力要求较高,第1问为后面几问构建基础、做好铺垫,体现入手容易深入难的特点,增强考生信心,让考生在考场上以平和的心态进入最佳状态,同时为能力强的考生提供发挥的空间,为高水平大学选拔新生提供有效的依据。

例6(全国Ⅲ卷理科第12题):

定义“规范01数列”如下: $\{a_n\}$ 共有 $2m$ 项,其中 m 项为0, m 项为1,且对任意 $k \leq 2m$, a_1, a_2, \dots, a_k 中0的个数不少于1的个数. 若 $m=4$,则不同的“规范01数列”共有

- (A)18个 (B)16个 (C)14个 (D)12个

本题通过给出“规范01数列”这一新概念,既考查考生对新知识的认知能力,也考查考生在遇到陌生、复杂的问题时,所具有的分析问题和解决问题的能力。试题以组合数学中“卡塔兰数”这一著名数列为背景,设计巧妙,避开解题套路与现成的公式,深入考查了逻辑推理能力和创新能力,对不同层次的考生特别是高水平考生进行了区分。

例7(全国Ⅰ卷理科第21题):

已知函数 $f(x) = (x-2)e^x + a(x-1)^2$ 有两个零点.

(Ⅰ)求 a 的取值范围;

(Ⅱ)设 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个零点,证明: $x_1 + x_2 < 2$.

本题将函数导数、函数零点与不等式知识结合,考查函数零点的概念,考查导数公式和导数运算法则,考查考生灵活运用导数工具分析和解决问题的能力,综合考查考生的逻辑推理能力、运算求解能力和推理论证能力以及分类讨论的思想。本题分步设问,第(Ⅰ)问讨论函数 $f(x)$ 存在两个零点的条件,为第(Ⅱ)问作铺垫,逐步推进。第(Ⅱ)问将函数与不等式有机结合,为考生解答提供广阔的想象空间。试题的设置需要考生打破常规思路,利用化归与转化的思想,将 $x_1 + x_2 < 2$ 转化为 $f(x_1) > f(2-x_2)$,进而通过构造辅助函数、研究辅助函数的单调性得到问题的证明。本题由浅入深,对计算难度、思维深度的要求逐步提高,考查层次分明,区分度较高,使考生充分展示理性思维的广度和深度,突出选拔功能。

2016年数学试题很好地体现了“立德树人”的理念,关注考生的社会责任感、创新能力和实践能力;很好体现了数学的科学性、应用性和创造性;体现了对“核心素养”的考查,有效区分了各类考生,有利于高校选拔优秀人才,对引领中学数学教学改革发挥了积极的作用。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(实验)[S]. 北京:人民教育出版社,2003.
- [2] 国务院. 国务院关于深化考试招生制度改革的实施意见[EB/OL]. (2014-09-04)[2016-06-12]. http://www.gov.cn/zhengce/content/2014-09/04/content_9065.htm.

(下转第57页)

- [3] 李禹阶,汪荣. 我国高考历史与现状及其发展趋向窥探[J]. 重庆师范大学学报(哲学社会科学版),2010(5): 112-115.
- [4] 田建荣,尹达. 我国文理分科长期存在的原因探析[J]. 河北师范大学学报(教育科学版),2015(3).
- [5] 纪立建. 构建基于素养的思想政治课: 对高考政治课程改革的认识[J]. 新课程研究,2016(2).
- [6] 杨军. 论高考改革与高中教育走向[J]. 教育探索,2015(9).

An Exploration of New Teaching Models for High Schools in the Context of the Comprehensive College Entrance Examination Reform

TANG Xiaoxiao

Abstract: As a response to the sweeping College Entrance Examination subject reform mandated in the new college entrance examination and admission reform, instead of the traditional fixed-classroom model, high schools have to adapt to new class models that arise out of students' autonomous choice of school subjects. The reformed arrangement of college entrance examination subjects has put high schools' traditional teaching models in predicament and hence posed challenges. Therefore, it is a must to incessantly pursue new teaching models and create optimal teaching and learning environments in order to meet the new demands that arise out of the reform.

Keywords: College Entrance Examination Reform; Teaching in High Schools

(责任编辑:张瀛天)

(上接第15页)

Carrying out the Selection Mission of the College Entrance Examination while Emphasizing Practicality and Innovation: An Evaluation of the Math Papers of the 2016 College Entrance Examination

Abstract: Upholding the principle of fostering morality and cultivating talent, the math papers of the 2016 College Entrance Examination show their concern for both the social development and the students' growth through enhanced assessment of practical skills, illustrating the practicality of math in real life. Designing tasks at the interface of different areas, these papers enhance their assessment of fundamental and comprehensive knowledge and skills. Also these papers focus on assessment of math literacy through creative scenarios and questions of multiple types. As a matter of fact, while supplementing each other, the different types of tasks at different difficulty levels have successfully carried out the selection mission for the College Entrance Examination.

Keywords: Math Papers of the College Entrance Examination; Examination Content Reform; Examination and Admission System Reform; Math Literacy

(责任编辑:周黎明)